**9 класс**

**Тема урока: Геометрическая прогрессия.**

**Цели урока:**

***обучающие:***

* ознакомление учащихся с новой последовательностью - геометрической прогрессией, ее характеристическим свойством и формулой *п*-го члена;
* формирование умений распознавать геометрическую прогрессию среди других последовательностей; находить знаменатель геометрической прогрессии;
* обучение применению характеристического свойства и формулы *п*-го члена при решении задач;
* повторить и обобщить знания учащихся по теме "Арифметическая прогрессия".

**развивающие:**

* развитие умения проводить аналогию, сравнивать;
* развитие познавательного интереса учащихся;
* развитие навыков самостоятельной работы;
* развитие памяти, речи, мышления, внимания.

**воспитательные:**

* формировать умение высказывать свою точку зрения; доказывать свою правоту; признавать свои ошибки и правоту одноклассников;
* аккуратность при ведении тетради.

**Тип урока** - урок изучения и первичного закрепления новых знаний.

**Оборудование:** листы с печатной основой, презентация.

**Ход урока**

**1. Организационный момент.**

Сообщить тему урока, сформулировать основную цель.

**2. Актуализация знаний учащихся. Проверка домашнего задания.**

Используется презентация, учащимся раздаются листы с печатной основой.

|  |  |
| --- | --- |
| *АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ* | *ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ* |
| 1. (*аn*) - *ар.пр*. *а1* = 5; *аn+1* = *аn* + 3 | 1. (*bn*) - *геом.пр*. *b1* = 5; *bn+1* = *bn*  |
| 2. *а2* - *а1* = *а3* - *а2* = *аn* - *аn-1* = *аn+1* - *аn* = *d* |   |
| 3. *а1; d; аn+1 = аn + d* |   |
| 4.  *d > 0, прогрессия \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;*  *d < 0, прогрессия \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;* *d = 0, прогрессия* \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |   |
| 5. *аn*= (*аn-1* + *аn+1*) : 2; *n?2, n-натуральное число* |   |
| 6. *аn = а1 + d*(*n-1*) |   |
| 7. |   |

*Учитель:*

*- В левой части таблицы систематизированы все сведения об арифметической прогрессии. Расшифруйте записи, выполненные на математическом языке в указанной части таблицы.*

Ответы:

В первой строке таблицы записан пример арифметической прогрессии с первым членом, равным 5, и разностью, равной 3.

Во второй строке таблицы записано определение и обозначение разности арифметической прогрессии.

- *Сформулируйте определение разности арифметической прогрессии.*

(Разностью арифметической прогрессии называется число, на которое каждый следующий член этой прогрессии отличается от предыдущего.)

В третьей строке таблицы перечислены элементы, определяющие арифметическую прогрессию.

- *Сформулируйте определение арифметической прогрессии.*

(Числовая последовательность *а1, а2, а3, :, аn, :*называется арифметической прогрессией, если для всех натуральных *п* выполняется равенство *аn+1 = аn + d,* где *d -* некоторое число.)

В четвертой строке - классификация прогрессий в зависимости от d.

 d > 0, прогрессия возрастающая;

 d < 0, прогрессия убывающая;

 d = 0, прогрессия постоянная.

(выполнить соответствующие записи в листах и на доске)

В пятой строке записано характеристическое свойство арифметической прогрессии.

- *Сформулируйте характеристическое свойство арифметической прогрессии*.

(Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов.)

В этих строках записаны формулы, позволяющие вычислить *п*-й член прогрессии и сумму первых *п* членов.

**3. Изучение нового материала.**

Проводится сравнительный анализ первой строки правого и левого столбцов таблицы на основе следующих вопросов:

- *Сравните примеры последовательностей, записанных в первой строке левого и правого столбцов таблицы. Что у них общего? Чем они отличаются?*

Общее: обе последовательности заданы рекуррентным способом, имеют одинаковые первые члены.

Различное: у последовательности (*аn*) следующий член получается из предыдущего сложением с числом 3, а у последовательности (*bn*) - умножением на 3.

*- Т.е. последовательность* (*bn*) *имеет первый член равный 5, а каждый следующий получается из предыдущего умножением на 3.*

*Последовательность такого вида называется геометрической прогрессией.*

*- Найдите зависимость между каждым членом этой прогрессии и предшествующим ему. Как можно записать данную зависимость? При каких условиях она будет верна?*

*b2* : *b1* = *b3* : *b2* = *bn* : *bn-1* = *bn+1* : *bn* = *q*, *b1 ?* 0, *q?0* ( заполняется вторая строка правой части таблицы).

- *Сформулируем определение геометрической прогрессии:*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: Числовая последовательность *b1, b2, b3, :, bn, :*называется геометрической прогрессией, если для всех натуральных *п* выполняется равенство *bn+1 = bnq,* где *bn ?* 0, *q* - некоторое число, не равное нулю.

(Учащиеся записывают определение в тетрадь)

- *Выделите элементы, определяющие геометрическую прогрессию.*

*b1 >* 0, *q<>0*, *bn = b1q* (заполняется третья строка правой части таблицы).

Далее рассматриваются примеры геометрических прогрессий.

2, 8, 32, 128, : - геометрическая прогрессия со знаменателем *q* = 4;

1, , , , : - геометрическая прогрессия со знаменателем *q* = ;

, -1, 12, -144, :- геометрическая прогрессия со знаменателем *q* = - 12;

7, 7, 7, 7, :- геометрическая прогрессия со знаменателем *q* = 1.

*- Опираясь на рассмотренные примеры, классифицируем геометрические прогрессии в зависимости от знаменателя и заполним четвертую строку таблицы.*

(Для определенности рассмотрим эту классификацию при *b1* > 0)

а) при 0 < *q* < 1, прогрессия убывающая;

при *q* > 1, прогрессия возрастающая;

при *q* = 1, прогрессия постоянная.

б) при *q* < 0, прогрессия колеблющаяся.

- *Геометрическая прогрессия с положительными членами обладает характеристическим свойством в некоторой степени похожим на характеристическое свойство арифметической прогрессии.*

*Рассмотрим геометрическую прогрессию* (*bn*). *По определению bn+1 = bnq, bn-1 = bn : q, откуда bn2 = bn-1  bn+1, п* > 1, или *bn = *(Учащиеся записывают вывод формулы в тетрадь)

*Таким образом, каждый член геометрической прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов. Этим объясняется название "геометрическая" прогрессия.* (Заполняется пятая строка правой части таблицы).

- *Выведем формулу п-го члена геометрической прогрессии*. (Учащиеся записывают вывод формулы в тетрадь).

*Отметим, что если b1 и q заданы, то остальные члены геометрической прогрессии можно вычислить по рекуррентной формуле bn+1 = bnq.*

*Таким образом, b2 = b1q,*

*b3 = b2q = b1q2,*

*b4 = b3q = b1q3 и т. д.*

*Вообще bn = b1qn-1.*

(Заполняется шестая строка правой части таблицы).

Седьмую строку мы заполним через несколько уроков, а сейчас рассмотрим примеры решения задач. (Фронтальная работа с классом. Учитель записывает решения на доске, учащиеся - в тетрадях.)

Задача 1.

Доказать, что последовательность, заданная формулой *bn* = 72*п*, является геометрической прогрессией.

Задача 2.

Найти седьмой член геометрической прогрессии, если *b1* = 81 и *q* = .

Задача 3.

Число 486 является членом геометрической прогрессии 2, 6, 18, : . Найти номер этого члена.

**4. Первичное закрепление знаний.**

Задание № 1 (Устно.)

Назвать первый член и знаменатель геометрической прогрессии:

1) 4, 2, 1, :; 2) -10, 20, -40, :; 3) -50, 10, -2, : .

(Один из учащихся отвечает на вопрос 1), второй - на вопрос 2), третий - на вопрос 3). Остальные внимательно следят за работой.)

*Ответ:* 1) *b1* = 4, *q* = 0,5; 2) *b1* = -10, *q* = -2; 3) *b1* = -50, *q* = -0,2.

Задание № 2 (Самостоятельно с последующей проверкой.)

Записать первые пять членов геометрической прогрессии, если: *b1=* 12, *q =* 2.

Ответ: *b2* = 24, *b3* = 48, *b4* = 96, *b5* = 192.

Задание № 3

Для геометрической прогрессии вычислить:

*b4* , если *b1* = 3, *q* = 10; (Один ученик у доски.)

*b7* , если *b1* = 4, *q* = 0,5. (Самостоятельно с последующей проверкой.)

Ответ: 1) 3000; 2) .

Задание № 4 (Один ученик у доски.)

Найти номер подчеркнутого члена геометрической прогрессии: 6; 12; 24; :; 192; :;

Ответ: 6.

Задание № 5 (Самостоятельно с последующей проверкой.)

Найти знаменатель геометрической прогрессии, если: *b1* = 2, *b5* = 162.

Ответ: *q =* 3.

О том, как давно была известна геометрическая прогрессия, свидетельствуют папирусы Ахмеса.. Например, можно встретить такую задачу:

 "В доме было 7 кошек.

Каждая кошка съедает 7 мышей.

Каждая мышь съедает 7 колосьев.

Каждый колос дает 7 растений.

На каждом растении вырастает 7 мер зерна.

Сколько всех вместе?".

Найдите ответ к этой задаче. Ответ: 19607. (Обратить внимание на скорость роста членов геометрической прогрессии)

Известна задача-легенда, которая относится к началу нашей эры (встречается у ал-Беруни):

"Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета издеваясь над царем, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 пшеничное зерно, за вторую - 2 зерна, за третью - 4 зерна и т.д."

Сначала царь обрадовался, такому "скромному" желанию Сеты, но потом оказалось, что такое количество зерен пшеницы можно собрать лишь с урожая планеты, поверхность которой в 2000 раз больше всей поверхности Земли, т.к. их количество равно 18 446 744 073 709 551 615. А для их хранения потребуется амбар, с размерами: высота 4 м, ширина 10м, длина 30 000 000км - вдвое больше, чем расстояние от Земли до Солнца.

В старинной арифметике Магницкого есть забавная задача:

"Некто продал лошадь за 156 руб. Но покупатель, приобретя лошадь, раздумал её покупать и возвратил продавцу, говоря:

- Нет мне расчета покупать за эту цену лошадь, которая таких денег не стоит.

Тогда продавец предложил другие условия:

- Если по-твоему цена лошади высока, то купи только её подковные гвозди, лошадь же получишь тогда в придачу бесплатно. Гвоздей в каждой подкове 6. За первый гвоздь дай мне всего 0,25 коп., за второй - 0,5 коп., за третий - 1коп. и т.д. покупатель, соблазненный низкой ценой и желая даром получить лошадь, принял условия продавца, рассчитывая, что за гвозди придется уплатить не более 10 руб. На сколько покупатель проторговался?

1. **Подведение итогов работы.**
2. **Домашнее задание.**

**Выучить определение геометрической прогрессии, выведенные формулы; решить одну из предложенных задач.**

**Литература:**

1. Л.Ф. Пичурин "За страницами учебника алгебры" Москва, Просвещение,1990.
2. Г.И. Глейзер "История математики в школе 7-8 класс" Москва, Просвещение,1982.
3. Я.И. Перельман "Занимательная алгебра. Занимательная геометрия" Москва, АСТ, 2007.